

Металлические нанопроволоки – элементы джозефсоновских структур

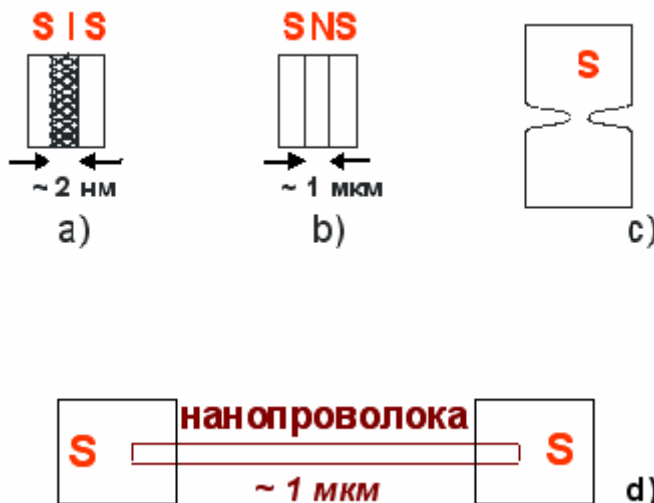
Руководитель специализации
д.ф.-м.н., проф. В.В.Рязанов

В настоящем введении к задаче практикума сформулированы физические основы эффектов, которые можно экспериментально наблюдать в различных конфигурациях на основе металлических нанопроволок. Приняты следующие обозначения:

N – нормальный металл
S – сверхпроводящий металл

Джозефсоновский переход (ДП) – два сверхпроводящих берега (S), связанные несверхпроводящим мостиком.

В качестве мостика может выступать слой изолятора (а), слой нормального металла (b), сверхпроводящее сужение (c) или нанопроволока (d). Ниже приведены соотношения [1], на основе которых могут быть выполнены оценки количественных характеристик таких наноструктур.



Уравнения эффекта Джозефсона:

Ток I меньше критического тока I_c может протекать через ДП без сопротивления. Роль разности потенциалов (которая в нормальном случае определяет ток) играет разность фаз θ_1 и θ_2 сверхпроводящих волновых функций на берегах:

$$I_s(\varphi) = I_c \sin \varphi; \quad I < I_c; \quad (1)$$

$$\varphi = \theta_2 - \theta_1;$$

СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ - явление когерентного квантового поведения проводящей электронной системы, связанное с динамическим спариванием электронов через фононы, а возможно и другие возбуждения в твердых телах.

В сверхпроводниках единая электронная волновая функция существует во всем объеме макроскопического образца:

$$\Psi = |\Psi| e^{i\theta}, \quad \text{где } |\Psi| \text{ - амплитуда, а } \theta \text{ - фаза волновой функции.} \quad (2)$$

Появление электрического напряжения V при токе выше критического приводит к электромагнитным колебаниям в ДП (джозефсоновской генерации):

$$2eV = \hbar f = \hbar d\varphi/dt; \quad I > I_c; \quad f \text{ - частота электромагнитных колебаний, } \hbar \text{ - постоянная Планка}$$

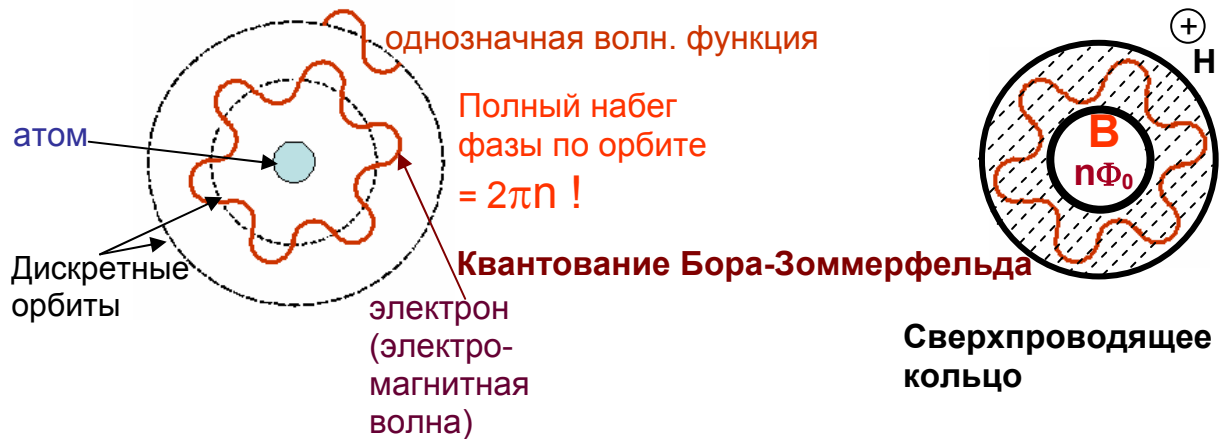
$$V = [\hbar / (2e)] d\phi/dt = f \Phi_0, \quad 2\pi\hbar = h, \quad \Phi_0 = h/(2e) - \text{квант магнитного потока} \quad (3)$$

Уравнение (3) обеспечивает широкое использование ДП в качестве эталона Вольта.

Эффект когерентного протекания тока сверхпроводящих электронов обеспечивает другое важное свойство – квантование магнитного потока в сверхпроводящих контурах, которое вместе с эффектом Джозефсона обеспечивает использование ДП в чувствительных датчиках магнитного потока (сквидах) и сверхпроводящей (“быстрой одноквантовой”) логике.

Квантование магнитного потока – когерентность электронов в замкнутом сверхпроводящем контуре – обеспечивает существование в нем только целого числа квантов магнитного потока $\Phi_0 = h/(2e) = 2.067833636 \times 10^{-15} \text{ Вб} = 2.067833636 \times 10^{-7} \text{ Гс см}^2$

Квазиклассическое квантование орбит электронов в атоме и волновой функции в сверхпроводящем кольце.



Требование *однозначности* волновой функции при обходе по замкнутой траектории приводит к необходимости укладывания целого числа длин волн на орбите и к дискретности при переходе от орбиты к орбите.

Набег фазы при обходе по орбите l кратен 2π : $\int (d\theta/dl) dl = 2\pi n$

Квазиклассические соотношения Де Бройля (дуализм: частица - волна)

Импульс частицы: $P = \hbar k$, где k – волновой вектор волны ($=d\theta/dl$, т.к. $\theta = kl + \alpha t$).

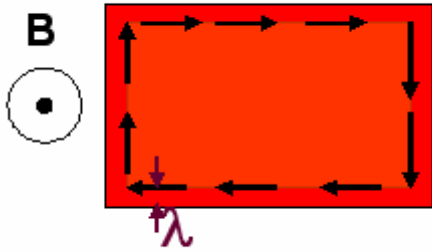
Энергия частицы: $E = \hbar \omega$, где ω – круговая частота.

В квантовой механике импульс (квазиимпульс) заряженной частицы зависит от магнитного поля $P = mv + qA$, где m – масса, v – скорость, q – заряд частицы, A – магнитный векторный потенциал. (**Магнитная индукция $B = \text{rot}A$**).

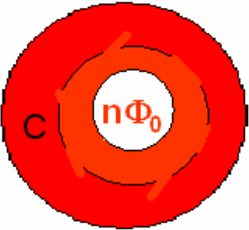
Квазиимпульс сверхпроводящей пары

$P = 2mv_s + 2eA$, где $2m$ – масса, v_s – скорость, $2e$ – заряд электронной пары.

Эффект Мейсснера в односвязном сверхпроводнике и квантование потока в кольце.



Сверхпроводник – не только идеальный проводник, но и идеальный диамагнетик. Магнитное поле выталкивается из массы сверхпроводника за счет незатухающего сверхпроводящего (экранирующего) тока, возникающего в слое λ (< 100 нм) в присутствии приложенного магнитного поля.

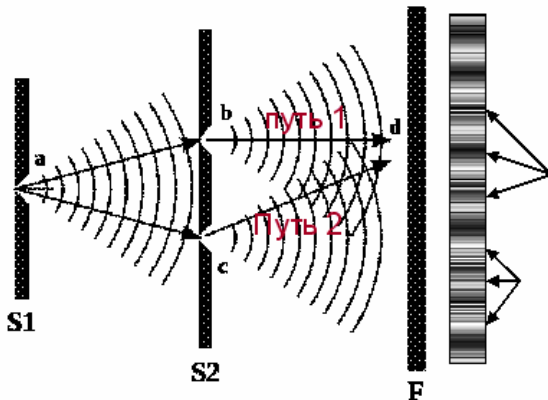


В массивном сверхпроводящем кольце всегда можно выбрать контур C в глубине сверхпроводника, где экранирующие токи отсутствуют и квазиимпульс $P=2eA$, ($2m v_s=0$)

Тогда интеграл по контуру C : $\int P dl = \hbar \int k dl = \hbar \int (d\theta/dl) dl = \hbar 2\pi n = \hbar n$,
Или $2e \int A dl = 2e \int \text{rot} A dS = 2e \int B dS = 2e\Phi = \hbar n$, $\Phi = (\hbar/2e)n = n\Phi_0$,
 $\int A dl = \int \text{rot} A dS$ по теореме Стокса, S -площадь внутри контура C .

Интерференция света и интерференция сверхпроводящих волн в кольце с ДП.

Интерференция света на двух щелях:



Волна света $\Psi = |\Psi| e^{i\theta} = |\Psi| e^{ikl}$,
где $k=2\pi/\lambda$, λ - длина волны.

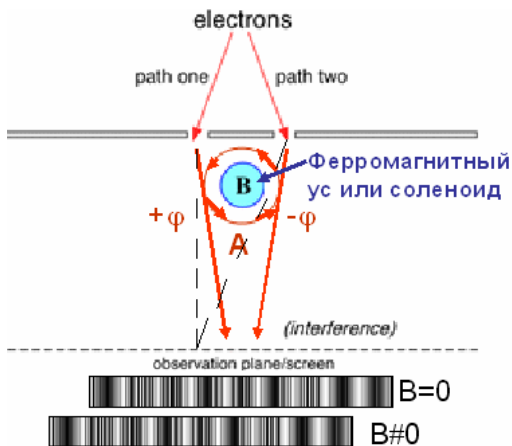
max, $\theta_2 - \theta_1 = 2\pi n$, $l_2 - l_1 = n\lambda$

$\Psi_1 + \Psi_2$, конструктивная интерференция

min, $\theta_2 - \theta_1 = \pi(2n+1)$, $l_2 - l_1 = (2n+1)(\lambda/2)$

$\Psi_1 - \Psi_2$, деструктивная интерференция

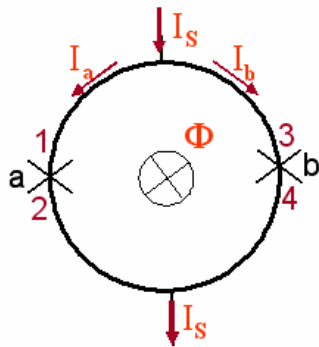
Эффект Ааронова-Бома по интерференции электронных волн в присутствии магнитного поля (магнитного векторного потенциала):



Магнитный векторный потенциал A создает дополнительные набег фазы $\pm\phi = \pm(2e/\hbar) \int A dl$ на пути 1 и пути 2, соответственно.

Включение магнитного векторного потенциала приводит к сдвигу интерференционной картины.

**Интерференция в сверхпроводящем кольце с двумя ДП (сквид постоянного тока).
сквид=SQUID-Superconducting QUantum Interference Device**



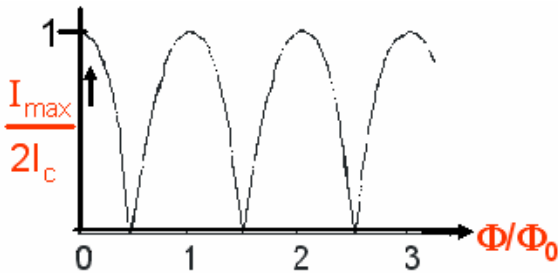
Ток I_s подведен к сверхпроводящему кольцу, в каждую половину которого включены ДП (х).
 Полный набег фазы на кольце за счет магнитного поля $\varphi_\Phi = (2e/h) \int A dl = 2\pi\Phi/\Phi_0$; где Φ – магнитный поток через кольцо (при $\Phi = \Phi_0$ - $\varphi_\Phi = 2\pi$).

Набеги фазы за счет токов через ДП (а и b): - φ_a and φ_b :
 $I_a = I_c \sin \varphi_a$; $I_b = I_c \sin \varphi_b$; $I_s = I_a + I_b = I_c(\sin \varphi_a + \sin \varphi_b)$
 $\sin \varphi_a + \sin \varphi_b = 2\sin[(\varphi_a + \varphi_b)/2] \cos[(\varphi_a - \varphi_b)/2]$;

Полный набег фазы на кольце: $2\pi\Phi/\Phi_0 + \varphi_b - \varphi_a = 2\pi$;
 $\varphi_b - \varphi_a = 2\pi - 2\pi\Phi/\Phi_0 = -2\pi\Phi/\Phi_0$; $\varphi_a = \varphi_b + 2\pi\Phi/\Phi_0$
 $I_s = 2I_c \cos(\pi\Phi/\Phi_0) \sin(\varphi_b + \pi\Phi/\Phi_0)$

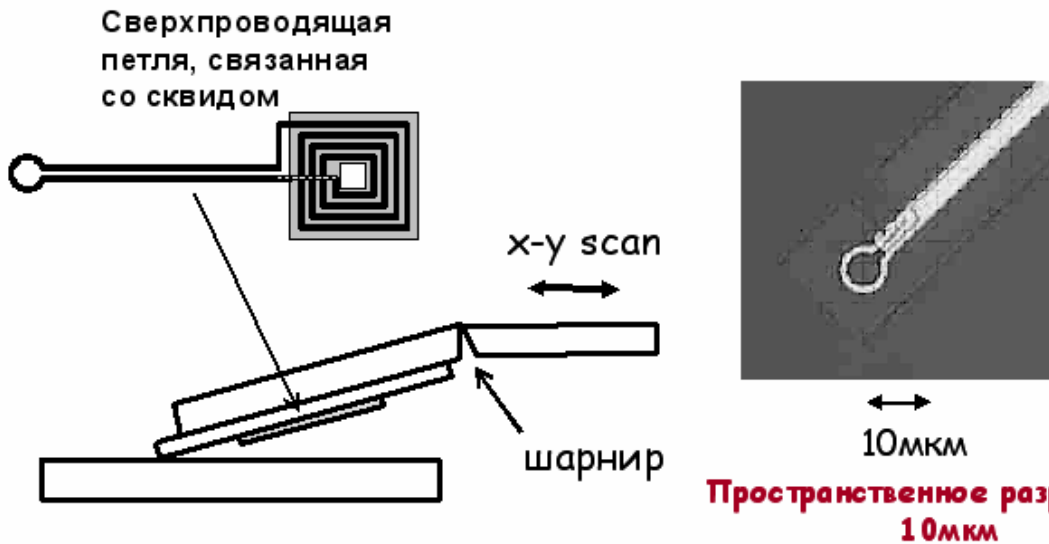
Максимальный сверхпроводящий (критический) ток через сквид:

$$I_{\max} = 2I_c |\cos(\pi\Phi/\Phi_0)|$$



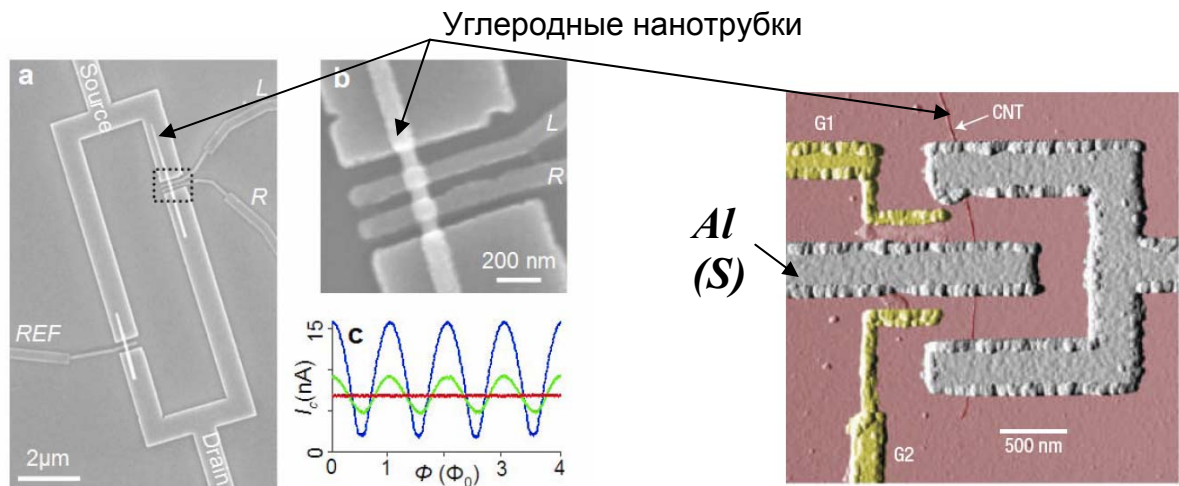
Нано-сквиды и сканирующие сквид-микроскопы.

Одна из модификаций сканирующего сквид-микроскопа.



Чувствительность по измеряемому магнитному потоку $10^{-6} \Phi_0$.
 Требуется лучшее пространственное разрешение и лучшая чувствительность.

Сквиды на основе углеродных нанотрубок.



Van Dam, Nazarov et al (2006)

Cleuziou, Wernsdorfer et al (2006)

Примеры расчета параметров нанопроволок из нормального металла для реализации джозефсоновских переходов S-нанопроволока-S (конфигурация d на стр.1)
Используются справочные данные [1-3].



Сверхпроводящие электронные пары могут проникать в нормальный металл на *длину когерентности в нормальном металле* ξ_N .

Время жизни пары τ обратно пропорционально **энергии распаривания E_{dp}** . Время жизни можно оценить из соотношения неопределенности $\tau E_{dp} \sim \hbar$, где \hbar – постоянная Планка. В случае нормального металла единственным распаривающим фактором является температура T . Таким образом **время жизни пары в нормальном металле** $\tau_N \sim \hbar / (k_B T)$, где k_B – постоянная Больцмана.

Длина, на которую проникают пары в нормальный металл:

- в **чистом** (баллистическом) случае $\xi_{N,c} \sim v_F \tau_N \sim \hbar v_F / (k_B T)$, где v_F – скорость Ферми.

$$\text{Точная формула } \xi_{N,c} = \hbar v_F / (2\pi k_B T). \quad (1)$$

- в **грязном** (диффузном) случае $\xi_{N,d} \sim (D \tau_N)^{1/2} \sim [\hbar D / (k_B T)]^{1/2}$, где $D = l v_F / 3$ – коэффициент электронной диффузии, l – длина свободного пробега электронов в нормальном металле.

$$\text{Точная формула. } \xi_{N,d} = [\hbar D / (2\pi k_B T)]^{1/2} \quad (2)$$

Формула (1) справедлива при $\xi_{N,c} \ll l$, а формула (2) – при $\xi_{N,d} \gg l$.

Длина свободного пробега определяется при низких температурах (**4.2 К**) из соотношения $\rho l = \text{const}$, где ρ – удельное сопротивление нанопроволоки; при этом константы могут существенно отличаться для различных металлов.

Для меди $(\rho l)^{-1} = 15,4 \pm 0,4 \times 10^{10} \text{ Ом}^{-1} \text{ см}^{-2}$

В случае чистых тонких нанопроволок (нитей) длина пробега обычно близка к диаметру нити.

Скорость Ферми для меди $v_F = 1,58 \cdot 10^8 \text{ см/с}$

Таким образом, при диаметре медной нанопроволоки $d=50$ нм, $l=50$ нм.

$$D = lv_F/3 = 263 \text{ см}^2/\text{с}.$$

В грязном пределе, длина когерентности $\xi_{N,d} = [\hbar D / (2\pi k_B T)]^{1/2} = 87 \text{ нм}$ при $T=4.2 \text{ К}$. ($\hbar = 1,05 \cdot 10^{-27}$ эрг с, $k_B = 1,38 \cdot 10^{-16}$ эрг/К)

В чистом пределе $\xi_{N,c} = \hbar v_F / (2\pi k_B T) = 456 \text{ нм}$ при $T=4.2 \text{ К}$.

К сожалению, ни чистый ($\xi_{N,c} \ll l$), ни грязный ($\xi_{N,d} \gg l$) случаи не применимы для обсуждаемого образца, т.е. ξ_N лежит в промежутке между **456 нм** и **87 нм**.

Для оценок примем эту величину равной 200-300 нм.

$\xi_{N,d}$ является характерной длиной затухания сверхпроводимости от S-берега вглубь нанопроволоки. Уменьшение **плотности критического тока j_c** при увеличении длины нанопроволоки L (длины джозефсоновского перехода) происходит по экспоненциальному закону (в случае $L \gg \xi_{N,d}$): $j_c = j_{c0} \exp(-L/\xi_{N,d})$. Величина j_{c0} при идеальной границе между S-берегами и нанопроволокой определяется, фактически, критическим током сверхпроводящего берега и составляет (для Nb-, Sn-, In-, Pb- берегов) 10^7 - 10^8 А/см².

Для джозефсоновского перехода через нанопроволоку с диаметром **$d=50$ нм**

максимальный критический ток I_{c0} в соотношении для полного критического тока:

$$I_c = I_{c0} \exp(-L/\xi_N) \text{ составляет } 1\text{-}10 \text{ мА}.$$

Если считать, что наблюдаемое в эксперименте значение критического тока составляет 1 мкА, экспоненциальный множитель не должен быть менее 10^{-4} , т.е. отношение L/ξ_N не должно быть более 10. Таким образом, используемая в джозефсоновских S-нанопроволока-S переходах длина медных нанопроволок не должна превышать 1-2 мкм.

Для медных нанопроволок с диаметром **$d=200$ нм** величина I_{c0} составляет десятки мА, и $\exp(-L/\xi_N)$ может быть близка к 10^{-5} . В этом случае длина может составлять 2-2.5 мкм.

Обычно толщина пористых мембран, в которых химическими методами формируются нанопроволоки, на 1 -2 порядка больше. Это означает, что только участок нанопроволоки ~ 2 мкм по длине нужно изготавливать из нормального металла (например, меди), а большая часть поры должна быть заполнена сверхпроводником (Sn, In, PbBi, Nb, Ta, V или некоторые сплавы этих металлов). Для функционирования наноструктуры на воздухе предпочтителен устойчивый к окислению "сплав IBM" PbBi с содержанием висмута 10-30%.

Вспомогательные оценки. Для предварительного тестирования возможностей технологий темплатируемого осаждения нанопроволок необходимо изготовление образцов «М - нанопроволока М – М», «М – нанопроволока S – М», «S – нанопроволока М – S», а для ряда задач – аналогичных образцов, содержащих ферромагнитный металл (например, никель).

Оценим сопротивление медной, никелевой и оловянной нанопроволок диаметром **$d=200$ нм** и длиной **$L=22$ мкм** (геометрические параметры поликарбонатной мембраны Whatmann), а также контуров – наполненных металлами мембран. В приводимых ниже оценках используется плотность пор, заявленная производителем мембран – однако эта величина должна уточняться для каждой партии по данным микроскопии.

Медная нанопроволока. При низких температурах длина пробега в чистой меди близка к диаметру нанопроволоки **$l=200$ нм**. Из соотношения для меди [2]

$$(\rho l)^{-1} = 15,4 \pm 0,4 \times 10^{10} \text{ Ом}^{-1} \text{ см}^{-2}$$

оценим удельное сопротивление $\rho_{4,2}=0.32 \text{ мкОм см}$ при 4.2 К.

Табличное значение $\rho_{комн}=1.7 \text{ мкОм см}$ при комнатной температуре.

Таким образом, при понижении температуры (“вымораживании” фононов) удельное сопротивление меди упало более чем в 5 раз.

Сопротивление медной нанопроволоки диаметром $d=200 \text{ нм}$ и длиной $L=22 \text{ мкм}$:

$r_{Cu,4}=2.24 \text{ Ом}$ при 4.2 К и $r_{Cu,ком}=12 \text{ Ом}$ при комнатной температуре.

При плотности пор в мембране $2 \cdot 10^8 \text{ см}^{-2}$ сопротивление 1 см^2 пор с медными нанопроволоками должно составлять всего $R_{Cu,4}=11.2 \text{ нОм}$ при 4.2 К и $R_{Cu,ком}=60 \text{ нОм}$ при комнатной температуре.

Оловянная нанопроволока $d=200 \text{ нм}$, $L=22 \text{ мкм}$ и $l=200 \text{ нм}$.

Соотношение для олова [2] $(\rho l)^{-1}=9,5 \times 10^{10} \text{ Ом}^{-1} \text{ см}^{-2}$

Удельное сопротивление $\rho_{4,2}=0.53 \text{ мкОм см}$ при 4.2 К.

Табличное значение $\rho_{комн}=11.5 \text{ мкОм см}$ при комнатной температуре.

Отношение сопротивлений $\rho_{комн}/\rho_{4,2}=22$

Сопротивление оловянной нанопроволоки с диаметром $d=200 \text{ нм}$ и длиной $L=22 \text{ мкм}$:

$r_{Cu,4}=3.7 \text{ Ом}$ при 4.2 К и $r_{Cu,ком}=80 \text{ Ом}$ при комнатной температуре.

При плотности пор в мембране $2 \cdot 10^8 \text{ см}^{-2}$ сопротивление 1 см^2 пор с оловянными нанопроволоками должно составлять $R_{Cu,4}=19 \text{ нОм}$ при 4.2 К и $R_{Cu,ком}=0.4 \text{ мкОм}$ при комнатной температуре.

Никелевая нанопроволока $d=200 \text{ нм}$, $L=22 \text{ мкм}$ и $l=200 \text{ нм}$.

Соотношение для никеля [4] $(\rho l)^{-1}=6,7 \times 10^{10} \text{ Ом}^{-1} \text{ см}^{-2}$

Удельное сопротивление $\rho_{4,2}=0.75 \text{ мкОм см}$ при 4.2 К.

Табличное значение $\rho_{комн}=7.0 \text{ мкОм см}$ при комнатной температуре.

Отношение сопротивлений $\rho_{комн}/\rho_{4,2}=9.3$

Сопротивление никелевой нанопроволоки с диаметром $d=200 \text{ нм}$ и длиной $L=22 \text{ мкм}$:

$r_{Cu,4}=5.3 \text{ Ом}$ при 4.2 К и $r_{Cu,ком}=49 \text{ Ом}$ при комнатной температуре.

При плотности пор в мембране $2 \cdot 10^8 \text{ см}^{-2}$ сопротивление 1 см^2 пор с никелевыми нанопроволоками должно составлять $R_{Cu,4}=27 \text{ нОм}$ при 4.2 К и $R_{Cu,ком}=0.25 \text{ мкОм}$ при комнатной температуре.

Литература

1. В.В. Шмидт. Введение в физику сверхпроводников. Издание второе, исправленное и дополненное В.В. Рязановым и М.В. Фейгельманом. Гл.IV., Москва, МЦНМО, 2000 г.
2. Физика низких температур. Handbuch der Physik, ed. S. Flugge, Springer-Verlag, 1956, перевод на русский язык под ред. А.И.Шальникова, Издательство иностранной литературы, 1959 г.
3. Дж. Кей, Т. Лэби. Таблицы физических и химических постоянных. Перевод с 12-го английского издания. Москва, ГИ Физматлит, 1962, с. 97.
4. C.Fierz, S-F. Lee, J.Bass, et al, J. Phys.: Condens. Matter v. 2, p. 9701 (1990).